C1310-A

RAYALASEEMA UNIVERSITY
B.Sc., Degree Examinations July 2021
End Semester Examinations
Mathematics: DIFFERENTIAL EQUATIONS
Exam Date: 27-07-2021

Time: **3** Hours — Max. Marks: **70**

PART-A

Answer any **FIVE** of the following questions. $5 \times 4\,\mathrm{M} = 20\,\mathrm{M}$

1. Solve $x\dfrac{dy}{dx} + 2y - x^2\log(x) = 0$.
2. Solve $y = xp^2 + p$.
3. Solve $(D^2 - 5D + 6)y = e^{4x}$.
4. Solve $(D^2 - 4)y = x\sin x$.
5. Solve $(x^2D^2 - xD + 1)y = 2\log(x)$.
6. Solve $y(1 + xy)dx - x(1 - xy)dy = 0$.
7. Find the orthogonal trajectories of the family of curves $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, where a is the parameter.
8. Solve $(D^4 - 2D^3 + 2D^2 - 2D + 1)y = 0$.

PART-B

Answer **ALL** the following questions. $5 \times 10\,\mathrm{M} = 50\,\mathrm{M}$

9. Solve $(y^4 + 2y)dx + (xy^3 + 2y^4 - 4x)dy = 0$.

OR

10. Solve $\dfrac{dy}{dx}(x^3y^3 + xy) = 1$.
11. Solve $y^2\log y = xpy + p^2$.

OR

12. Solve $p^2 + 2py\cot x = y^2$.

13. Solve $(D^2 - 3D + 2)y = \cosh(x)$.

OR

14. Solve $(D^2 - 4)y = e^x + \sin 2x + \cos^2 x$.

15. Solve $(D^3 + 2D^2 + D)y = e^{2x} + x^2 + x$.

OR

16. Solve $(D^4 - 1)y = e^x \cos x$.

17. Solve $[(x-1)D^2 - xD + 1]y = (x-1)^2$ by the method of variation of parameters.

OR

18. Solve $(x^4 D^3 + 2x^3 D^2 - x^2 D + x)y = 1$.

RAYALASEEMA UNIVERSITY DEGREE EXAMINATIONS *

I-SEMESTER, PAPER-I: DIFFERENTIAL EQUATIONS (C1310-A)

Exam Dated: NOVEMBER 27, 2019

1. Solve $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} = x^2y^6$.
2. Solve $x^2(y - px) = p^2y$.
3. Solve $(D^2 + 4)y = \sin 2x$.
4. Solve $(D^2 - 2D)y = e^x \sin x$.
5. Solve $(x^2D^2 + xD - 4)y = x^2$.
6. Solve $ydx - xdy + \log x\, dx = 0$.
7. Solve $x = y + p^2$.
8. Solve $(D^4 + 8D^2 + 16)y = 0$.
9. (a) Solve $x^2y\, dx - (x^3 + y^3)dy = 0$.

   or

   (b) Solve $(1 - x^2)\dfrac{dy}{dx} + 2xy = x\sqrt{1 - x^2}$.
10. (a) Find the orthogonal trajectory of the family of curves $r = a(1 - \cos\theta)$ where a is a parameter.

    or

    (b) Solve $y = 2xp + x^2p^4$.
11. (a) Solve $(D^2 - a^2)y = e^{ax} + e^{nx}$.

    or

    (b) Solve $(D^2 + 3D + 2)y = e^{-x} + \cos x$.
12. (a) Solve $(D^2 - 2D + 4)y = 8(x^2 + e^{2x} + \sin 2x)$.

    or

*Typed on LaTeX

(b) Solve $(D^2+2D+1)y = x\cos x$.

13. (a) Solve $(D^2+a^2)y = \sec ax$ by the method variation of parameters.

or

(b) Solve $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2} - 3x\dfrac{dy}{dx} + 5y = x^2\sin(\log x)$.

C 1310-A

B.A./B.Sc. (Three Year) DEGREE EXAMINATION, OCTOBER/NOVEMBER 2017.

End Semester Examination

First Semester

Part II : Mathematics

(Regular/Supplementary)

Paper I : DIFFERENTIAL EQUATIONS

Time : *3 Hours* *Max. Marks : 70*

PART — A

Answer any FIVE of the following questions. **(5 × 4 = 20 Marks)**

1. Solve $(1+y^2)+(x-e^{\tan^{-1}y})\dfrac{dy}{dx}=0$.

   $(1+y^2)+(x-e^{\tan^{-1}y})\dfrac{dy}{dx}=0$ ను సాధించండి.

2. Solve $x=y+p^2$.

   $x=y+p^2$ ను సాధించండి.

3. Solve $(D^4+8D^2+16)y=0$.

   $(D^4+8D^2+16)y=0$ ను సాధించండి.

4. Solve $(D^3-5D^2+8D-4)y=e^{2x}$.

   $(D^3-5D^2+8D-4)y=e^{2x}$ ను సాధించండి.

5. Solve $\dfrac{dx}{y+z}=\dfrac{dy}{z+x}+\dfrac{dz}{x+y}$.

   $\dfrac{dx}{y+z}=\dfrac{dy}{z+x}+\dfrac{dz}{x+y}$ ను సాధించండి.

6. Solve $x^2(y-px)=p^2y$.

   $x^2(y-px)=p^2y$ ను సాధించండి.

Turn Over

7. Solve $\left(D^3 - 7D + 6\right)y = e^{2x}$.

$\left(D^3 - 7D + 6\right)y = e^{2x}$ ను సాధించండి.

8. Solve $\left(D^2 - 4D + 4\right)y = x^3$.

$\left(D^2 - 4D + 4\right)y = x^3$ ను సాధించండి.

PART B — ($5 \times 10 = 50$ marks)

Answer ALL the following questions.

9. (a) Solve $\left(y - e^{\sin^{-1} x}\right)\dfrac{dy}{dx} + \sqrt{1-x^2} = 0,\ |x| < 1$.

$\left(y - e^{\sin^{-1} x}\right)\dfrac{dy}{dx} + \sqrt{1-x^2} = 0,\ |x| < 1$ ను సాధించండి.

Or

(b) Solve $\dfrac{dx}{z^2 - 2yz - y^2} = \dfrac{dy}{xy + xz} = \dfrac{dz}{xy - xz}$.

$\dfrac{dx}{z^2 - 2yz - y^2} = \dfrac{dy}{xy + xz} = \dfrac{dz}{xy - xz}$ ను సాధించండి.

10. (a) Solve $p^2 + 2py\cot x = y^2$.

$p^2 + 2py\cot x = y^2$ ను సాధించండి.

Or

(b) Solve $x^2 + p^2x = yp$.

$x^2 + p^2x = yp$ ను సాధించండి.

11. (a) Solve $(D^2 + a^2)y = \tan ax$.

$(D^2 + a^2)y = \tan ax$ ను సాధించండి.

Or

(b) Solve $\left(D^4 + 3D^2 - 4\right)y = \cos^2 x - \cosh x$.

$\left(D^4 + 3D^2 - 4\right)y = \cos^2 x - \cosh x$ ను సాధించండి.

12. (a) Solve $\left(D^2 - 2D + 4\right)y = 8\left(x^2 + e^{2x} + \sin 2x\right)$.

$\left(D^2 - 2D + 4\right)y = 8\left(x^2 + e^{2x} + \sin 2x\right)$ ను సాధించండి.

Or

(b) Solve $\left(D^2 - 4\right)y = x \sinh x$.

$\left(D^2 - 4\right)y = x \sinh x$ ను సాధించండి.

13. (a) Solve $\left(D^2 - 2D\right)y = e^x \sin x$ by the method of variation of parameters.

పరామితుల మార్పు పద్ధతి నుపయోగించి $\left(D^2 - 2D\right)y = e^x \sin x$ సాధించండి.

Or

(b) Solve $x^2 \dfrac{d^2y}{dx^2} + 4x \dfrac{dy}{dx} + 2y = e^x$.

$x^2 \dfrac{d^2y}{dx^2} + 4x \dfrac{dy}{dx} + 2y = e^x$ ను సాధించండి.

C 1310 A

B.A./B.Sc. (Three Year) DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2016.

First Semester

Part II – Mathematics

Paper I – DIFFERENTIAL EQUATIONS

Time : *3 Hours* *Max. Marks : 70*

PART — A

Answer any FIVE of the following questions. **(5 × 4 = 20 Marks)**

1. $(x^2+1)\frac{dy}{dx}+xy=\frac{1}{x}$ solve it.

   $(x^2+1)\frac{dy}{dx}+xy=\frac{1}{x}$ ను సాధించండి.

2. Solve $xp^3=a+bp$.

   $xp^3=a+bp$ ను సాధించండి.

3. Find the particular integral of $\frac{1}{(D-2)\,(D-3)}e^{2x}$.

   $\frac{1}{(D-2)\,(D-3)}e^{2x}$ యొక్క ప్రత్యేక సమాకలనిని కనుగొనండి.

4. Solve $(D^2+4)y=x\sin x$.

   $(D^2+4)y=x\sin x$ ను సాధించండి.

5. Solve $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}-4y=x^2$.

   $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}-4y=x^2$ ను సాధించండి.

Turn Over

6. Solve $(y^2 e^{xy^2} + 4x^3)dx + (2xy\, e^{xy^2} - 3y^2)dy = 0$.

$(y^2 e^{xy^2} + 4x^3)dx + (2xy\, e^{xy^2} - 3y^2)dy = 0$ ను సాధించండి.

7. Solve $\frac{d^4y}{dx^4} - 2\frac{d^3y}{dx^3} + 3\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 1 = 0$.

$\frac{d^4y}{dx^4} - 2\frac{d^3y}{dx^3} + 3\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 1 = 0$ ను సాధించండి.

8. Solve $(D^2 - 4)y = x^2$.

$(D^2 - 4)y = x^2$ ను సాధించండి.

PART — B

Answer ALL the following questions. **(5 × 10 = 50 Marks)**

9. (a) Solve $(xy^3 + y)dx + 2(x^2y^2 + x + y^4)dy = 0$.

$(xy^3 + y)dx + 2(x^2y^2 + x + y^4)dy = 0$ ను సాధించండి.

Or

(b) Solve $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x}\log y = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$.

$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x}\log y = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$ ను సాధించండి.

10. (a) Solve $xp^2 - 2yp + x = 0$.

$xp^2 - 2yp + x = 0$ ను సాధించండి.

Or

(b) Solve $(px - y)\,(py + x) = 2p$.

$(px - y)\,(py + x) = 2p$ ను సాధించండి.

11. (a) Solve $(6D^2 - D - 2)y = xe^{-x}$.

$(6D^2 - D - 2)y = xe^{-x}$ ను సాధించండి.

Or

(b) $(D^2 + 5D - 6)y = \sin 4x \sin x$ solve it.

$(D^2 + 5D - 6)y = \sin 4x \sin x$ ను సాధించండి.

12. (a) Solve $(D^4 - 1)y = e^x \cos x$.

$(D^4 - 1)y = e^x \cos x$ ను సాధించండి.

Or

(b) Solve $(D^2 - 2D + 1)\, y = xe^x \sin x$.

$(D^2 - 2D + 1)\, y = xe^x \sin x$ ను సాధించండి.

13. (a) Solve $(D^2 - 2D + 2)y = e^x \tan x$ by the method of variation of parameters.

పరామితుల మార్పు పద్ధతినుపయోగించి $(D^2 - 2D + 2)y = e^x \tan x$ ను సాధించండి.

Or

(b) Solve $(x^2D^2 + 3xD + 1)y = \dfrac{1}{(1-x)^2}$.

$(x^2D^2 + 3xD + 1)y = \dfrac{1}{(1-x)^2}$ ను సాధించండి.

B.A./B.Sc. (Three Year) DEGREE EXAMINATION, JULY 2023.

End Semester Examination

Sixth Semester

Mathematics

Paper V – MULTIPLE INTEGRALS AND APPLICATIONS OF VECTOR CALCULUS

(Common for B.A./B.Sc.)

Time : 3 Hours *Max. Marks : 70*

SECTION – A

Answer any FIVE of the following questions. **(5 × 4 = 20 Marks)**

1. Evaluate $\iint e^{2x+3y}dxdy$ over the triangle bounded by $x=0, y=0$ and $x+y=1$.

   $x=0, y=0$ మరియు $x+y=1$ తలాలచే పరిబద్ధమైన త్రికోణంపై $\iint e^{2x+3y}dxdy$ ని గణించండి.

2. Find by double integration the area lying between the parabola $y=4x-x^2$ and the line $y=x$.

   ద్వినమాకలని ద్వారా $y=4x-x^2$ పరావలయానికి మరియు $y=x$ సరళరేఖకు మధ్య నుండే ప్రాంతంను కనుక్కోండి.

3. If $A=2xz^2\bar{i}-y\bar{j}+3xz^3\bar{k}$ then find curl (curl A) at $(1,1,1)$.

   (1,1,1) బిందువు వద్ద $A=2xz^2\bar{i}-y\bar{j}+3xz^3\bar{k}$ అయిన curl (curl A) కనుగొనుము.

   5i+4k

4. Show that $\nabla^2(r^n)=0$.

   $\nabla^2(r^n)=0$ అని చూపుము.

5. Evaluate $\int_0^1\left(e^t i+e^{-2t}j+tk\right)dt$. $(e-1)i+\left(\frac{e^2-1}{2}\right)j+\frac{1}{2}k$

   $\int_0^1\left(e^t i+e^{-2t}j+tk\right)dt$ కనుగొనుము.

6. Prove by Stoke's theorem curl grade $\phi=0$.

   స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి curl grade $\phi=0$ అని నిరూపించుము.

Turn Over

7. Find the greatest value of the directional derivative of the function $f = x^2yz^3$ at $(2,1,7)$.

$(2,1,7)$ బిందువు వద్ద $f = x^2yz^3$ యొక్క గరిష్ఠ దైశిక అవకలజమును కనుక్కోండి.

8. If $a = x+y+z$, $b = x^2+y^2+z^2$, $c = xy+yz+zx$ then show that $[\text{grad } a \ \ \text{grad } b \ \ \text{grade } c] = 0$.

$a = x+y+z$, $b = x^2+y^2+z^2$, $c = xy+yz+zx$ అయితే $[\text{grad } a \ \ \text{grad } b \ \ \text{grade } c] = 0$ అని చూపండి.

SECTION – B

Answer ALL the following questions. **(5 × 10 = 50 Marks)**

9. (a) Change the order of integration and evaluate the integral $\int_{2}^{4}\int_{4/x}^{\left(\frac{20-4x}{8-x}\right)} (4/y)\, dy\, dx$.

$\int_{2}^{4}\int_{4/x}^{\left(\frac{20-4x}{8-x}\right)} (4/y)\, dy\, dx$ సమాకలలోని సమాకలన క్రమాన్ని మార్చి గణనం చేయండి.

Or

(b) Evaluate $\iint \sqrt{(a^2-x^2-y^2)}\, dx\, dy$ over the interior of the circle $x^2+y^2=ax$.

$x^2+y^2=ax$ వృత్తము అంతర్భాగంలో $\iint \sqrt{(a^2-x^2-y^2)}\, dx\, dy$ విలువలను గణనం చేయండి.

10. (a) Find the area of the surface $x^2+y^2+z^2=a^2$ lies inside the surface $(x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2)$.

$(x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2)$ అను ఉపరితలం లోపల $x^2+y^2+z^2=a^2$ ఉపరితల వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము.

Or

(b) Evaluate $\int_{1}^{e}\int_{0}^{\log y}\int_{1}^{e^x} \log z\, dy\, dx\, dz$. $\frac{8e-3e^2+1}{4}$

$\int_{1}^{e}\int_{0}^{\log y}\int_{1}^{e^x} \log z\, dy\, dx\, dz$ విలువలను కనుగొనుము.

11. (a) If $A = \sin t\, i + \cos t\, j + t\, k$, $B = \cos t i - \sin t j - 3k$ and $C = 2i + 3j - k$ than find $\frac{d}{dt}[A \times (B \times C)]$ at $t = 0$.

$A = \sin t\, i + \cos t\, j + t\, k$, $B = \cos t i - \sin t j - 3k$ మరియు $C = 2i + 3j - k$ అయిన $\frac{d}{dt}[A \times (B \times C)]$ విలువను $t = 0$ వద్ద కనుగొనుము.

Or

(b) If a is a constant vector than show that curl $\frac{a \times r}{r^3} = \frac{-a}{r^3} + \frac{3r}{r^5}(a.r)$.

'a' ఒక స్థిరమైన సదిశ అయితే curl $\frac{a \times r}{r^3} = \frac{-a}{r^3} + \frac{3r}{r^5}(a.r)$.

12. (a) If $\phi = 45x^2y$, evaluate $\iiint_v \phi\, dv$ where V is the closed region bounded by the plane $4x + 2y + z = 8$, $x = 0, y = 0, z = 0$.

$\phi = 45x^2y$, V అనేది $4x + 2y + z = 8$, $x = 0, y = 0, z = 0$. తలాలతో పరిబద్ధమైన ప్రాంతం అయితే $\iiint_v \phi\, dv$ విలువను కనుగొనుము.

Or

(b) If $\overline{F} = (x^2 + y^2)\overline{i} - 2xy\overline{j}$ than evaluate $\oint_C \overline{F} \cdot \overline{dr}$ where the curve 'C' is the rectangle in the xy-plane bounded by $y = 0$, $y = b$, $x = 0$, $x = a$.

$\overline{F} = (x^2 + y^2)\overline{i} - 2xy\overline{j}$, 'C' అనేది xy-తలంలో $y = 0$, $y = b$, $x = 0$, $x = a$ రేఖలతో పరిబద్ధమైన దీర్ఘచతురస్రం అయితే $\oint_C \overline{F} \cdot \overline{dr}$ ను గణించండి.

13. (a) State and prove Stokes theorem.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, దానిని నిరూపించుము.

Or

(b) Verify Gauss divergence theorem for $\overline{F} = 4xy\overline{i} - y^2\overline{j} + yz\overline{k}$ taken over the curve bounded by $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$.

$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$ తలాలచే పరిబద్ధమైన వక్రంపై $\overline{F} = 4xy\overline{i} - y^2\overline{j} + yz\overline{k}$ నకు గాస్ అపసరణ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడండి.

B.Sc./B.A. (Three Year) DEGREE EXAMINATION, OCTOBER 2023.

End Semester Examination

Fifth Semester

Mathematics

MULTIPLE INTEGRALS AND APPLICATIONS OF VECTOR CALCULUS

Time : 3 Hours *Max. Marks : 70*

SECTION — A

Answer any FIVE of the following. **(5 × 4 = 20 Marks)**

1. Evaluate $\iint_R (5-2x-y)\,dx\,dy$ where R is given by $y=0$, $x+2y=3$, $x=y^2$.

   R అనేది $y=0$, $x+2y=3$, $x=y^2$ అయినప్పుడు $\iint_R (5-2x-y)\,dx\,dy$ ను గణించండి.

2. Find by double integration the area lying between the parabola $y=4x-x^2$ and the line $y=x$.

   ద్విసమాకలని ద్వారా, $y=4x-x^2$ పరావలయానికి మరియు $y=x$ సరళ రేఖకు మధ్య నుండే ప్రాంతం (వైశాల్యం) ను కనుక్కోండి.

3. If $F=grad(x^3+y^3+z^3-3xyz)$ then find $div F$, curl F.

   $F=grad(x^3+y^3+z^3-3xyz)$ అయిన $div F$, curl F ను కనుగొనుము.

4. If $\phi=x^2-y^2$ then show that $\nabla^2\phi=0$.

   $\phi=x^2-y^2$ అయిన $\nabla^2\phi=0$ అని చూపుము.

5. If $f(t)=5t^2i+tj-t^3k$, then find $\int_1^2 \left(f\times\frac{d^2f}{dt^2}\right)dt$.

   $\int_1^2 \left(f\times\frac{d^2f}{dt^2}\right)dt$ విలువను $f(t)=5t^2i+tj-t^3k$, అయినప్పుడు కనుగొనుము.

6. Evaluate $\oint_C (3x+4y)\,dx + (2x-3y)\,dy$, by Green's theorem where C is a circle $x^2+y^2=4$.

C అనేది $x^2+y^2=4$ వృత్తం అయినప్పుడు గ్రీన్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $\oint_C (3x+4y)\,dx + (2x-3y)\,dy$ ను గణించండి.

7. Find the greatest value of the directional derivative of the function $f = x^2yz^3$ at (2, 1, –1).

(2, 1, –1) బిందువు వద్ద $f = x^2yz^3$ యొక్క గరిష్ఠ దైశిక వ్యుత్పన్నంను కనుక్కోండి.

8. Find :

(a) $\nabla\phi$ if $\phi = \frac{1}{r}$

$\phi = \frac{1}{r}$ అయితే $\nabla\phi$ కనుక్కోండి.

(b) $\phi(x,y,z) = x^3 + y^3 + 3xyz$ the calculate $\nabla\phi$.

$\phi(x,y,z) = x^3 + y^3 + 3xyz$ అయితే, $\nabla\phi$ కనుక్కోండి.

SECTION — B

Answer ALL the following questions. **(5 × 10 = 50 Marks)**

9. (a) Evaluate $\int_0^\infty\int_0^x x e^{-x^2/y}\,dy\,dx$ by changing the order of integration.

$\int_0^\infty\int_0^x x e^{-x^2/y}\,dy\,dx$ సమాకలలోని సమాకలన క్రమాన్ని మార్చి, గణనం చేయండి.

Or

(b) Evaluate $\iint \sqrt{x(2a-x)+y(2b-y)}\,dx\,dy$ over the interior of the circle $x^2 + y^2 = 2ax - 2by = 0$.

$x^2 + y^2 = 2ax - 2by = 0$ వృత్తము అంతర్భాగంలో $\iint \sqrt{x(2a-x)+y(2b-y)}\,dx\,dy$ విలువను గణనం చేయండి

10. (a) Prove that the area of the surface of the paraboloid $az = x^2 + y^2$ which lies between the planes $z = 0$, $z = a$ is $\frac{\pi}{6}[5\sqrt{5} - 1]\, a^2$.

$z = 0$, $z = a$ తలాల మధ్య ఉన్న $az = x^2 + y^2$ పారాబొలాయిడ్ యొక్క ఉపరితలం $\frac{\pi}{6}[5\sqrt{5} - 1]\, a^2$ అని చూపండి.

Or

(b) Evaluate $\int_{x=0}^{3} \int_{y=0}^{2} \int_{z=0}^{1} (x + y + z)\, dx\, dy\, dz$.

$\int_{x=0}^{3} \int_{y=0}^{2} \int_{z=0}^{1} (x + y + z)\, dx\, dy\, dz$ విలువను కనుగొనుము.

11. (a) Show that :

(i) $curl(r \times a) = -2a$

(ii) $div \frac{r}{r} = \frac{2}{r}$ అని చూపండి.

Or

(b) If $A = \sin t\, i + \cos t\, j + t k$, $B = \cos t\, i - \sin t j - 3k$ and $C = 2i + 3j - k$ then find $\frac{d}{dt}[A \times (B \times C)]$ at $t = 0$.

$A = \sin t\, i + \cos t\, j + t k$, $B = \cos t\, i - \sin t j - 3k$ మరియు $C = 2i + 3j - k$ అయిన $\frac{d}{dt}[A \times (B \times C)]$ విలువను $t = 0$ వద్ద కనుగొనుము.

12. (a) If $\overline{F} = 4xz\overline{i} - y^2\overline{j} + yz\overline{k}$ evaluate $\int_S \overline{F}.\hat{N}\, dS$ where 'S' is the surface of the cube bounded of $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = a; z = 0$, $z = a$.

$\overline{F} = 4xz\overline{i} - y^2\overline{j} + yz\overline{k}$ $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = a; z = 0$, $z = a$ లతో పరిబద్ధమైన ఘనం యొక్క తలం S అయినప్పుడు $\int_S \overline{F}.\hat{N}\, dS$ ను గణించండి.

Or

Turn Over

(b) Find the work done in moving a particle in the force field $F = 3x^2\bar{i} + (2xz - y)\bar{j} + 2\bar{k}$ along the curve $x^2 = 4y$, $3x^2 = 8z$ from $x = 0$ to $x = 2$.

$F = 3x^2\bar{i} + (2xz - y)\bar{j} + 2\bar{k}$ బలక్షేత్రంలో $x^2 = 4y$, $3x^2 = 8z$ వక్రం వెంబడి, $x = 0$ నుండి $x = 2$ వరకు ఒక కణాన్ని కలిసినప్పుడు జరిగే పనిని కనుక్కోండి.

13. (a) State and prove the Gauss divergence theorem.

గౌస్ అపసరణ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, దాని నిరూపించండి.

Or

(b) Verify Green's theorem in the plane for $\int_C (3x^2 - 8y^2)\,dx + (4y - 6xy)\,dy$ where C is the boundary of the region defined by $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$.

C అనే ప్రాంతం సీమస్థలాన్ని by $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$ గా నిర్వచించినప్పుడు $\int_C (3x^2 - 8y^2)\,dx + (4y - 6xy)\,dy$ కి సమతలంలో గ్రీన్ సిద్ధాంతాన్ని సరి చూడండి.

B.A./B.Sc. (Three Year) DEGREE EXAMINATION, OCTOBER 2023.

End Semester Examination

Fifth Semester

Mathematics

INTEGRAL TRANSFORMS WITH APPLICATIONS

Time : 3 Hours *Max. Marks : 70*

SECTION — A

Answer any FIVE of the following. **(5 × 4 = 20 Marks)**

1. Find Laplace transform of $\{\cos^3 2t\}$.

   $L\{\cos^3 2t\}$ని కనుగొనుము.

2. Find $L\{F(t)\}$ if $F(t)=\begin{cases}0 & 0<t<1\\ t & 1<t<2\\ 0 & t>2\end{cases}$.

   $F(t)=\begin{cases}0 & 0<t<1\\ t & 1<t<2\\ 0 & t>2\end{cases}$ అయితే $L\{F(t)\}$ని కనుగొనుము.

3. Find $L\{t\cos at\}$.

   $L\{t\cos at\}$ని కనుగొనుము.

4. Find $L\left\{\dfrac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$.

   $L\left\{\dfrac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$ ని కనుగొనుము.

5. Find $L^{-1}\left\{\dfrac{2p+1}{p^2-4}\right\}$.

   $L^{-1}\left\{\dfrac{2p+1}{p^2-4}\right\}$ కనుగొనుము.

Turn Over

6. Find $L^{-1}\left\{\frac{1}{p^2+a^2}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\frac{1}{p^2+a^2}\right\}$ ని కనుగొనుము.

7. Solve $(D+1)y=0$ $t>0$ if $y=y_0$ when $t=0$.

$t=0$ అయితే $y=y_0$ అయినప్పుడు $(D+1)y=0$ $t>0$ ని సాధించుము.

8. Find the Laplace transform of $F(t)=|t-1|+|t+1|$ $t\geq 0$

$F(t)=|t-1|+|t+1|$ $t\geq 0$ లాప్లాస్ రూపాంతరమును కనుగొనుము.

SECTION — B

Answer ALL the questions. **(5 × 10 = 50 Marks)**

9. (a) State and prove first translation (shifting) theorem using this theorem, evaluate $L\{(t+3)^2e^t\}$.

మొదటి సమాంతర పరివర్తన సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి. ఈ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $L\{(t+3)^2e^t\}$ ని గణన చేయండి.

Or

(b) Evaluate $L\{(\sin t-\cos t)^3\}$.

$L\{(\sin t-\cos t)^3\}$ ని గణన చేయండి.

10. (a) P.T. $L\{J_0(t)\}=\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$.

$L\{J_0(t)\}=\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$ అని చూపుము.

Or

(b) Using Laplace transform, evaluate $\int_0^\infty \frac{\cos at-\cos bt}{t}dt$.

$\int_0^\infty \frac{\cos at-\cos bt}{t}dt$ విలువను లాప్లాస్ పరివర్తనమును ఉపయోగించి సాధించుము.

11. (a) Find $L^{-1}\left\{\dfrac{e^{-2p}}{p^2+4p+5}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\dfrac{e^{-2p}}{p^2+4p+5}\right\}$ ను కనుగొనుము.

Or

(b) Find $L^{-1}\left\{\dfrac{p^2}{p^4+4a^4}\right\}$.

$L^{-1}\left\{\dfrac{p^2}{p^4+4a^4}\right\}$ విలువను కనుగొనుము.

12. (a) Using convolution theorem, evaluate $L^{-1}\left\{\dfrac{1}{p(p^2+4)^2}\right\}$.

కన్వోల్యూషన్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $L^{-1}\left\{\dfrac{1}{p(p^2+4)^2}\right\}$ ని గణన చేయండి.

Or

(b) State and prove the Heaviside expansion theorem.

హెవిసైడ్ విస్తరణ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

13. (a) Solve $(D^2+1)y = 6\cos 2t$, $t>0$ if $y=3, Dy=1$ when $t=0$.

$t=0$ అయినప్పుడు $y=3, Dy=1$ అయితే $(D^2+1)y = 6\cos 2t$ ని సాధించండి.

Or

(b) Solve $t\dfrac{d^2y}{dt^2}+(1-2t)\dfrac{dy}{dt}-2y=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=2$.

$t\dfrac{d^2y}{dt^2}+(1-2t)\dfrac{dy}{dt}-2y=0$, $y(0)=1$, $y'(0)=2$ సాధించుము.

———————